

# Spis treści

<b>Przedmowa</b>	<b>9</b>
<b>1. Generatory fizyczne i programowe</b>	<b>11</b>
1.1. Algorytm kwadratowy von Neumanna . . . . .	11
1.2. Generatory fizyczne . . . . .	12
1.3. Własności generatorów programowych . . . . .	13
1.3.1. Testowanie generatorów programowych . . . . .	16
1.3.2. Definicja „losowości” . . . . .	19
1.4. Wybrane typy generatorów programowych . . . . .	20
1.4.1. Generator Lehmera . . . . .	20
1.4.2. Generatory Fibonacciego . . . . .	22
1.4.3. Generatory nieliniowe . . . . .	23
1.4.4. Algorytm Mersenne Twister . . . . .	24
1.5. Łączenie generatorów . . . . .	26
1.6. Zadania . . . . .	27
<b>2. Generatory dla różnych rozkładów prawdopodobieństwa</b>	<b>29</b>
2.1. Metoda odwracania dystrybuanty . . . . .	30
2.2. Metoda eliminacji . . . . .	33
2.2.1. Metoda szybkiej eliminacji i szeregów . . . . .	38
2.2.2. Algorytm ARS . . . . .	42
2.3. Metoda ilorazu równomiernego . . . . .	44
2.4. Metoda superpozycji rozkładów . . . . .	47
2.4.1. Ogólny przypadek metody kompozycji . . . . .	47
2.4.2. Gęstości wielomianowe . . . . .	49
2.5. Metody generowania z rozkładów dyskretnych . . . . .	50
2.5.1. Warianty uogólnionej metody odwracania dystrybuanty	51
2.5.2. Metoda ALIAS . . . . .	52
2.6. Metody szczegółowe . . . . .	56

2.6.1.	Generowanie rozkładu normalnego . . . . .	56
2.6.2.	Inne rozkłady prawdopodobieństwa . . . . .	60
2.7.	Zadania . . . . .	60
<b>3.</b>	<b>Wielowymiarowe zmienne losowe</b>	<b>65</b>
3.1.	Rozkład jednostajny na kuli . . . . .	66
3.1.1.	Przekleństwo wymiaru . . . . .	66
3.1.2.	Zmienne biegunowe . . . . .	68
3.1.3.	Redukcja wymiaru . . . . .	69
3.1.4.	Wykorzystanie rozkładu normalnego . . . . .	71
3.2.	Wielowymiarowy rozkład normalny . . . . .	71
3.3.	Inne podejścia . . . . .	73
3.4.	Zadania . . . . .	75
<b>4.</b>	<b>Generowanie procesów stochastycznych</b>	<b>77</b>
4.1.	Jednorodny proces Poissona . . . . .	77
4.2.	Niejednorodny proces Poissona . . . . .	79
4.3.	Proces Wienera . . . . .	81
4.4.	Zadania . . . . .	83
<b>5.</b>	<b>Metody Monte Carlo</b>	<b>85</b>
5.1.	Przykłady prostych zastosowań . . . . .	86
5.2.	Zagadnienie całkowania metodą MC . . . . .	88
5.2.1.	Wprowadzenie . . . . .	89
5.2.2.	Geometryczne Monte Carlo . . . . .	90
5.2.3.	Proste Monte Carlo . . . . .	92
5.2.4.	Aproksymacja riemannowska . . . . .	94
5.3.	Metody redukcji wariancji . . . . .	96
5.3.1.	Próbkowanie ważone . . . . .	98
5.3.2.	Zmienne antytetyczne . . . . .	101
5.3.3.	Zmienne kontrolne . . . . .	102
5.3.4.	Wykorzystanie nierówności Rao-Blackwella . . . . .	104
5.4.	Zagadnienie optymalizacji metodą MC . . . . .	105
5.4.1.	Podejście naiwne . . . . .	105
5.4.2.	Symulowane wyzarzanie . . . . .	106
5.4.3.	Metoda EM . . . . .	109
5.4.4.	Inne podejścia optymalizacyjne . . . . .	113
5.5.	Zastosowanie metod MC w testach statystycznych . . . . .	115
5.6.	Zastosowanie metod MC w wycenie instrumentów finansowych	119
5.6.1.	Wycena opcji europejskiej call . . . . .	119

---

5.6.2.	Wycena obligacji katastroficznych . . . . .	123
5.7.	Zadania . . . . .	125
<b>6.</b>	<b>Wprowadzenie do łańcuchów Markowa</b>	<b>129</b>
6.1.	Dyskretna przestrzeń stanów . . . . .	129
6.2.	Nieprzeliczalna przestrzeń stanów . . . . .	134
6.3.	Twierdzenia ergodyczne . . . . .	139
6.4.	Zadania . . . . .	140
<b>7.</b>	<b>Metody Markov chain Monte Carlo</b>	<b>141</b>
7.1.	Algorytm Metropolisa-Hastingsa . . . . .	142
7.1.1.	Zbieżność wygenerowanego ŁM . . . . .	143
7.1.2.	Wybór gęstości proponującej . . . . .	145
7.1.3.	Estymator rao-blackwellizowany . . . . .	150
7.1.4.	Algorytm ARMS . . . . .	152
7.1.5.	Algorytmy typu DE-MC . . . . .	153
7.2.	Dwuwymiarowy próbnik Gibbsa . . . . .	157
7.2.1.	Zbieżność algorytmu . . . . .	158
7.2.2.	Własność przepłotu . . . . .	160
7.2.3.	Parametryczna Rao-Blackwellizacja . . . . .	161
7.2.4.	Algorytm EM a próbnik Gibbsa . . . . .	162
7.3.	Wielowymiarowy próbnik Gibbsa . . . . .	164
7.4.	Algorytm MH a próbnik Gibbsa . . . . .	167
7.5.	Przykładowe zastosowania metody MCMC . . . . .	170
7.5.1.	Modele hierarchiczne . . . . .	170
7.5.2.	Model Isinga . . . . .	172
7.5.3.	Odszumianie obrazów . . . . .	173
7.6.	Zalety i wady metod MCMC . . . . .	177
7.7.	Diagnostyka zbieżności . . . . .	178
7.7.1.	Zbieżność do rozkładu stacjonarnego . . . . .	179
7.7.2.	Zbieżność średniej . . . . .	181
7.7.3.	Inne kryteria i metody diagnozy zbieżności . . . . .	184
7.8.	Zadania . . . . .	185
<b>8.</b>	<b>Resampling</b>	<b>187</b>
8.1.	Bootstrap . . . . .	187
8.2.	Jackknife . . . . .	191
8.3.	Uogólnione podejście . . . . .	193
8.4.	Zastosowanie resamplingu w testach statystycznych . . . . .	193
8.4.1.	Przykładowe metody resamplingu . . . . .	194

8.4.2. Test równości dwóch średnich . . . . .	196
8.4.3. Podwójny bootstrap . . . . .	199
8.5. Zadania . . . . .	201
<b>A. Rozwiązania wybranych zadań</b>	<b>203</b>
<b>Spis algorytmów</b>	<b>213</b>
<b>Spis rysunków</b>	<b>215</b>
<b>Skorowidz</b>	<b>217</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>227</b>