

## Spis treści

### I WSTĘP

1. Zakres tematyczny monografii .....	9
2. Uwagi bibliograficzne .....	10

### II O TEORII SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNOŚCI MAŁYCH ODKSZTAŁCENÍ

1. Podstawowe założenia teorii sprężysto-plastyczności .....	15
2. Sprężystość .....	21
2.1. Ogólna struktura relacji konstytutywnych sprężystości .....	21
2.2. Izotropia .....	24
2.3. Uwagi o implementacji związków sprężystości w programie ABAQUS .....	25
3. Izotropowy związek Hooke'a .....	26
4. Warunek plastyczności Hubera .....	27
5. Idealna plastyczność .....	28
5.1. Relacje konstytutywne idealnej plastyczności .....	28
5.2. Uwaga o funkcjach jednorodnych .....	29
5.3. Dyssypacja i interpretacja parametru plastycznego płynięcia .....	30
5.4. Zasada maksimum dyssypacji .....	31
6. Sprężysto-plastyczność z warunkiem plastyczności Hubera .....	32
6.1. Stowarzyszone prawo płynięcia i funkcja dyssypacji .....	32
6.2. Wzmocnienie izotropowe i kinematyczne .....	32
6.3. Przyrostowe relacje konstytutywne .....	33
7. Algorytm numeryczny całkowania relacji konstytutywnych plastyczności .....	34
7.1. Algorytm .....	34
7.2. Podstawowe testy numeryczne .....	36
8. Zadania testowe MES .....	40
8.1. Jednoosiowy stan naprężenia .....	40
8.2. Ekspansja cylindra grubościennego .....	42
8.3. Rozciąganie płaskownika .....	45

### III PODSTAWOWE RÓWNANIA MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGŁYCH

1. Wstęp .....	47
2. Tensory deformacji, odkształcenia i naprężenia .....	48
2.1. Stan naprężenia i tensory deformacji .....	48
2.2. Tensory odkształcenia .....	52
2.3. Tensor gradientów pola prędkości oraz tensor spinu i jego interpretacja .....	53
3. Równania ruchu i równowagi .....	55
4. Wielkości i pochodne obiektywne .....	56
5. Współrzędne konwekcyjne i pochodna Lee .....	58
6. Uwagi o MES i zasadzie prac wirtualnych .....	59

6.1. Zasada prac wirtualnych.....	59
6.2. Uwagi o programie MES ABAQUS .....	60
7. Podstawowe prawa termodynamiki.....	61
7.1. I prawo termodynamiki .....	61
7.2. II prawo termodynamiki i nierówność Clasiusa-Duhema .....	62
7.3. Energia swobodna Hemholtza.....	63

#### IV HIPERSPRĘŻYSTOŚĆ

1. Zależności podstawowe .....	65
2. Klasyczne modele izotropowych materiałów hipersprężystych.....	67
2.1. Ogólna postać relacji konstytutywnej .....	67
2.2. Model materiału Murnaghana i Saint-Venata Kirchoffa .....	68
2.3. Styczny tensor sztywności .....	69
3. Alternatywne sformułowania izotropowych relacji konstytutywnych.....	71
3.1. Zastosowanie niezmienników podstawowych .....	71
3.2. Styczny tensor sztywności w opisie Eulera .....	73
4. Klasyfikacja izotropowych modeli hipersprężystości .....	73
4.1. Relacje konstytutywne z niezmiennikami deformacji izochorycznej i objętościowej .....	73
4.2. Klasyfikacja materiałów hipersprężystych.....	74
4.3. Relacje konstytutywne w postaci spektralnej.....	75
4.4. Podsumowanie .....	77
5. Najprostsze modele hipersprężystości materiałów izotropowych.....	79
5.1. Model materiału nieściśliwego Neo Hooke'a (NNH) .....	79
5.2. Model logarytmiczny Henckey'go (LN) .....	79
6. Uogólnienia modelu NH .....	83
6.1. Modele materiałów ściśliwych CNH.....	83
6.2. Modele materiałów mało ściśliwych NH (MCNH) .....	86
7. Modele o poliwy pukłej funkcji jednostkowej energii sprężystości.....	88
7.1. Definicja poliwy pukłości .....	88
7.2. Przykłady poliwy pukłych potencjałów sprężystości.....	88

#### V HIPERSPRĘŻYSTOŚĆ – IMPLEMENTACJA NUMERYCZNA

1. Uwagi wstępne .....	91
2. Idea wyprowadzenia związków przyrostowych .....	92
3. Wyprowadzenie operatora czwartego rzędu w przypadku materiałów MCNH .....	94
4. Modele materiałów CNH.....	96
5. Modele materiałów MCNH.....	97
6. Podstawowe testy numeryczne .....	99
6.1. Uwagi wstępne.....	99
6.2. Test jednoosiowego odkształcenia.....	100
6.3. Test prostego ścinania.....	104

#### VI HIPERSPRĘŻYSTOŚĆ – TESTY NUMERYCZNE

1. Uwagi wstępne .....	111
2. Rozciąganie tarczy z otworem .....	111
3. Osiowe ściskanie rury .....	115

#### VII TEORIE SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNOŚCI DUŻYCH DEFORMACJI I HIPERSPRĘŻYSTO-PLASTYCZNOŚCI

1. Uwagi wstępne .....	123
2. Idealna plastyczność .....	124

3. Hiposprężysto-plastyczność .....	125
4. Multiplikatywna dekompozycja gradientu deformacji .....	127
5. Relacje konstytutywne .....	131
6. Relacje konstytutywne hipersprężystoplastyczności z zastosowaniem funkcji dyssypacji .....	133

## VIII IMPLEMENTACJA MODELU SIMO HIPERSPRĘŻYSTOPLASTYCZNOŚCI

1. Sformułowanie modelu HSP .....	135
1.1. Założenia .....	137
1.2. Warunek plastyczności .....	137
1.3. Stowarzyszone prawo płynięcia .....	137
2. Algorytm całkowania relacji konstytutywnych .....	137
3. Operator czwartego rzędu w przypadku modelu HSP .....	140

## IX TESTY RELACJI KONSTITUTYWNYCH HIPERSPRĘŻYSTOPLASTYCZNOŚCI

1. Wstęp .....	143
2. Podstawowe testy algorytmu całkowania modelu HSP .....	144
2.1. Test prostego ścinania .....	144
2.2. Test jednoosiowego odkształcenia .....	147
2.3. Deformacja realizująca obrót $\mathbf{F} = \mathbf{R}$ .....	150
2.4. Deformacja jednoosiowego odkształcenia przy rozciąganiu i obrocie .....	151
3. Sprawdzenie poprawności implementacji modelu Simo w programie ABAQUS .....	153
3.1. Test prostego ścinania .....	156
3.2. Test jednoosiowego odkształcenia przy rozciąganiu .....	157
4. Porównanie modelu Simo z wybranymi modelami materiału hipersprężysto-plastycznego zaimplementowanymi w programie ABAQUS .....	157
4.1. Test prostego ścinania .....	157
4.2. Test jednoosiowego odkształcenia .....	159

## X ZADANIA TESTOWE HIPERSPRĘŻYSTOPLASTYCZNOŚCI

1. Ekspansja cylindra grubościennego .....	161
1.1. Rozwiązanie analityczne – materiał sztywno-plastyczny .....	161
1.2. Rozwiązanie numeryczne – materiał hipersprężysto-plastyczny – porównanie z wynikami dostępnymi w literaturze .....	164
1.3. Rozwiązanie numeryczne – materiał hipersprężystoplastyczny – porównanie z wynikami teorii małych odkształceń .....	166
2. Rozciąganie pręta o przekroju kołowym .....	170
2.1. Uwagi wstępne .....	170
2.2. Dane do zadania oraz analiza wyników uzyskanych w literaturze .....	171
2.3. Dyskusja wyników MES rozciągania pręta z zastosowaniem modelu SSP .....	172
2.4. Zastosowanie modeli MNHP i MMR .....	176
3. Lokalizacja odkształceń w rozciągany płaskowniku .....	180

## XI TESTY NUMARYCZNE HIPERSPRĘŻYSTOPLASTYCZNOŚCI W ZADANIACH

### KONTAKTOWYCH

1. Uwagi o zagadnieniach kontaktowych .....	183
2. Ściskanie walca między sztywnymi płytami .....	184
3. Ściskanie rury między dwiema płytami .....	187

## XII WYBRANE ZAGADNIENIA BRZEGOWE HIPERSPRĘŻYSTOPLASTYCZNOŚCI

1. Zagadnienia z niestabilnościami lokalnymi i globalnymi.....	193
2. Analiza ściskania rury o przekroju kołowym – wpływ warunków brzegowych .....	194
2.1. Przykład A .....	194
2.2. Przykład B .....	196
3. Analiza ściskania i rozciągania rury o przekroju eliptycznym.....	201
3.1. Przykład A – ściskanie rury o przekroju eliptycznym przy $h/R_m = 20$ .....	201
3.2. Przykład B – ściskanie rury o przekroju eliptycznym przy $h/R_m = 10$ .....	210
3.3. Przykład C – ściskanie rury o przekroju eliptycznym przy $h/R_m = 5$ .....	213
3.4. Przykład D – rozciąganie rury o przekroju eliptycznym przy $h/R_m = 5$ .....	216
4. Analiza ściskania i rozciągania rury o przekroju prostokątnym .....	218
5. Zadanie ściskania kątownika.....	222
6. Uwagi końcowe.....	227
XIII PODSUMOWANIE.....	229
BIBLIOGRAFIA.....	231